

НАЧАЛЬНО-УЧЕБНЫЙ КУРС

Решения задач с помощью методов математического анализа

С.С. Козлов "Сборник задач"

№	Содержание задачи	Решение задачи
1	Исследовать функцию $y = x^2 - 2x + 1$ на экстремум.	Решение: $y' = 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$. $y'' = 2 > 0$. Минимум в $x = 1$, $y = 0$.
2	Исследовать функцию $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ на экстремум.	Решение: $y' = 3x^2 - 6x + 2 = 0$. Корни: $x = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}$. Проверка знака второй производной.
3	Исследовать функцию $y = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$ на экстремум.	Решение: $y' = 4x^3 - 12x^2 + 12x - 4 = 0$. Корни: $x = 1$ (тройной), $x = 0.5$. Проверка знака второй производной.
4	Исследовать функцию $y = x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1$ на экстремум.	Решение: $y' = 5x^4 - 20x^3 + 30x^2 - 20x + 5 = 5(x-1)^4 = 0$. $x = 1$ - точка перегиба.
5	Исследовать функцию $y = x^6 - 6x^5 + 15x^4 - 20x^3 + 15x^2 - 6x + 1$ на экстремум.	Решение: $y' = 6x^5 - 30x^4 + 60x^3 - 60x^2 + 30x - 6 = 6(x-1)^5 = 0$. $x = 1$ - точка перегиба.
6	Исследовать функцию $y = x^7 - 7x^6 + 21x^5 - 35x^4 + 35x^3 - 21x^2 + 7x - 1$ на экстремум.	Решение: $y' = 7x^6 - 42x^5 + 105x^4 - 140x^3 + 105x^2 - 42x + 7 = 7(x-1)^6 = 0$. $x = 1$ - точка перегиба.
7	Исследовать функцию $y = x^8 - 8x^7 + 28x^6 - 56x^5 + 56x^4 - 28x^3 + 8x^2 - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 8x^7 - 56x^6 + 168x^5 - 280x^4 + 224x^3 - 84x^2 + 16x - 1 = 0$. Проверка корней.
8	Исследовать функцию $y = x^9 - 9x^8 + 36x^7 - 72x^6 + 81x^5 - 72x^4 + 36x^3 - 9x^2 + x$ на экстремум.	Решение: $y' = 9x^8 - 72x^7 + 252x^6 - 432x^5 + 405x^4 - 288x^3 + 108x^2 - 18x + 1 = 0$. Проверка корней.
9	Исследовать функцию $y = x^{10} - 10x^9 + 45x^8 - 120x^7 + 120x^6 - 72x^5 + 30x^4 - 10x^3 + x$ на экстремум.	Решение: $y' = 10x^9 - 90x^8 + 360x^7 - 840x^6 + 720x^5 - 360x^4 + 120x^3 - 30x^2 + 1 = 0$. Проверка корней.
10	Исследовать функцию $y = x^{11} - 11x^{10} + 55x^9 - 165x^8 + 231x^7 - 165x^6 + 77x^5 - 22x^4 + x$ на экстремум.	Решение: $y' = 11x^{10} - 110x^9 + 495x^8 - 1320x^7 + 1584x^6 - 1155x^5 + 385x^4 - 88x^3 + 1 = 0$. Проверка корней.
11	Исследовать функцию $y = x^{12} - 12x^{11} + 66x^{10} - 220x^9 + 330x^8 - 220x^7 + 77x^6 - 12x^5 + x$ на экстремум.	Решение: $y' = 12x^{11} - 132x^{10} + 660x^9 - 1980x^8 + 2772x^7 - 1848x^6 + 770x^5 - 60x^4 + 1 = 0$. Проверка корней.
12	Исследовать функцию $y = x^{13} - 13x^{12} + 78x^{11} - 286x^{10} + 546x^9 - 429x^8 + 143x^7 - 13x^6 + x$ на экстремум.	Решение: $y' = 13x^{12} - 156x^{11} + 858x^{10} - 2928x^9 + 4896x^8 - 3432x^7 + 1001x^6 - 78x^5 + 1 = 0$. Проверка корней.
13	Исследовать функцию $y = x^{14} - 14x^{13} + 91x^{12} - 364x^{11} + 714x^{10} - 643x^9 + 273x^8 - 42x^7 + x$ на экстремум.	Решение: $y' = 14x^{13} - 182x^{12} + 1092x^{11} - 4004x^{10} + 7254x^9 - 5712x^8 + 1827x^7 - 112x^6 + 1 = 0$. Проверка корней.
14	Исследовать функцию $y = x^{15} - 15x^{14} + 105x^{13} - 455x^{12} + 1001x^{11} - 1001x^{10} + 315x^9 - 42x^8 + x$ на экстремум.	Решение: $y' = 15x^{14} - 210x^{13} + 1365x^{12} - 5460x^{11} + 10935x^{10} - 10010x^9 + 3003x^8 - 168x^7 + 1 = 0$. Проверка корней.
15	Исследовать функцию $y = x^{16} - 16x^{15} + 120x^{14} - 560x^{13} + 1344x^{12} - 1344x^{11} + 560x^{10} - 120x^9 + 16x^8 - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 16x^{15} - 240x^{14} + 1680x^{13} - 7280x^{12} + 16128x^{11} - 13440x^{10} + 4480x^9 - 160x^8 + 1 = 0$. Проверка корней.
16	Исследовать функцию $y = x^{17} - 17x^{16} + 136x^{15} - 722x^{14} + 1964x^{13} - 2722x^{12} + 136x^{11} - 17x^{10} + x$ на экстремум.	Решение: $y' = 17x^{16} - 204x^{15} + 2032x^{14} - 10172x^{13} + 23504x^{12} - 27220x^{11} + 1360x^{10} - 170x^9 + 1 = 0$. Проверка корней.
17	Исследовать функцию $y = x^{18} - 18x^{17} + 153x^{16} - 918x^{15} + 2754x^{14} - 4374x^{13} + 2754x^{12} - 918x^{11} + 153x^{10} - 18x^9 + x$ на экстремум.	Решение: $y' = 18x^{17} - 234x^{16} + 2448x^{15} - 13824x^{14} + 38916x^{13} - 50004x^{12} + 24480x^{11} - 1620x^{10} + 180x^9 - 18x^8 + 1 = 0$. Проверка корней.
18	Исследовать функцию $y = x^{19} - 19x^{18} + 171x^{17} - 1026x^{16} + 3213x^{15} - 6162x^{14} + 3213x^{13} - 1026x^{12} + 171x^{11} - 19x^{10} + x$ на экстремум.	Решение: $y' = 19x^{18} - 342x^{17} + 3438x^{16} - 19398x^{15} + 52038x^{14} - 70026x^{13} + 34380x^{12} - 1938x^{11} + 171x^{10} - 19x^9 + 1 = 0$. Проверка корней.
19	Исследовать функцию $y = x^{20} - 20x^{19} + 190x^{18} - 1360x^{17} + 5405x^{16} - 12870x^{15} + 12870x^{14} - 5405x^{13} + 1360x^{12} - 190x^{11} + 20x^{10} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 20x^{19} - 380x^{18} + 3810x^{17} - 22320x^{16} + 61884x^{15} - 87282x^{14} + 54054x^{13} - 22320x^{12} + 1360x^{11} - 190x^{10} + 20x^9 - 1 = 0$. Проверка корней.
20	Исследовать функцию $y = x^{21} - 21x^{20} + 210x^{19} - 1638x^{18} + 7429x^{17} - 18360x^{16} + 18360x^{15} - 7429x^{14} + 1638x^{13} - 210x^{12} + 21x^{11} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 21x^{20} - 420x^{19} + 4242x^{18} - 25416x^{17} + 70026x^{16} - 100002x^{15} + 61884x^{14} - 25416x^{13} + 1638x^{12} - 210x^{11} + 21x^{10} - 1 = 0$. Проверка корней.
21	Исследовать функцию $y = x^{22} - 22x^{21} + 231x^{20} - 1848x^{19} + 8538x^{18} - 20790x^{17} + 20790x^{16} - 8538x^{15} + 1848x^{14} - 231x^{13} + 22x^{12} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 22x^{21} - 462x^{20} + 4662x^{19} - 27732x^{18} + 77028x^{17} - 109284x^{16} + 70026x^{15} - 27732x^{14} + 1848x^{13} - 231x^{12} + 22x^{11} - 1 = 0$. Проверка корней.
22	Исследовать функцию $y = x^{23} - 23x^{22} + 253x^{21} - 2016x^{20} + 9724x^{19} - 23814x^{18} + 23814x^{17} - 9724x^{16} + 2016x^{15} - 253x^{14} + 23x^{13} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 23x^{22} - 462x^{21} + 4718x^{20} - 28224x^{19} + 80028x^{18} - 112056x^{17} + 70026x^{16} - 28224x^{15} + 2016x^{14} - 253x^{13} + 23x^{12} - 1 = 0$. Проверка корней.
23	Исследовать функцию $y = x^{24} - 24x^{23} + 276x^{22} - 2232x^{21} + 10938x^{20} - 27024x^{19} + 27024x^{18} - 10938x^{17} + 2232x^{16} - 276x^{15} + 24x^{14} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 24x^{23} - 504x^{22} + 5112x^{21} - 30240x^{20} + 85380x^{19} - 119184x^{18} + 70026x^{17} - 30240x^{16} + 276x^{15} - 276x^{14} + 24x^{13} - 1 = 0$. Проверка корней.
24	Исследовать функцию $y = x^{25} - 25x^{24} + 300x^{23} - 2400x^{22} + 12375x^{21} - 30024x^{20} + 30024x^{19} - 12375x^{18} + 2400x^{17} - 300x^{16} + 25x^{15} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 25x^{24} - 600x^{23} + 6150x^{22} - 36720x^{21} + 105075x^{20} - 147084x^{19} + 70026x^{18} - 36720x^{17} + 300x^{16} - 300x^{15} + 25x^{14} - 1 = 0$. Проверка корней.
25	Исследовать функцию $y = x^{26} - 26x^{25} + 325x^{24} - 2600x^{23} + 13650x^{22} - 32500x^{21} + 32500x^{20} - 13650x^{19} + 2600x^{18} - 325x^{17} + 26x^{16} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 26x^{25} - 650x^{24} + 6700x^{23} - 40320x^{22} + 114075x^{21} - 162600x^{20} + 70026x^{19} - 40320x^{18} + 325x^{17} - 325x^{16} + 26x^{15} - 1 = 0$. Проверка корней.
26	Исследовать функцию $y = x^{27} - 27x^{26} + 351x^{25} - 2898x^{24} + 15033x^{23} - 35100x^{22} + 35100x^{21} - 15033x^{20} + 2898x^{19} - 351x^{18} + 27x^{17} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 27x^{26} - 702x^{25} + 7269x^{24} - 44640x^{23} + 125130x^{22} - 179100x^{21} + 70026x^{20} - 44640x^{19} + 351x^{18} - 351x^{17} + 27x^{16} - 1 = 0$. Проверка корней.
27	Исследовать функцию $y = x^{28} - 28x^{27} + 378x^{26} - 3192x^{25} + 17010x^{24} - 37800x^{23} + 37800x^{22} - 17010x^{21} + 3192x^{20} - 378x^{19} + 28x^{18} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 28x^{27} - 756x^{26} + 7812x^{25} - 48384x^{24} + 132030x^{23} - 190800x^{22} + 70026x^{21} - 48384x^{20} + 378x^{19} - 378x^{18} + 28x^{17} - 1 = 0$. Проверка корней.
28	Исследовать функцию $y = x^{29} - 29x^{28} + 406x^{27} - 3456x^{26} + 19080x^{25} - 40600x^{24} + 40600x^{23} - 19080x^{22} + 3456x^{21} - 406x^{20} + 29x^{19} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 29x^{28} - 812x^{27} + 8378x^{26} - 52032x^{25} + 140070x^{24} - 200100x^{23} + 70026x^{22} - 52032x^{21} + 406x^{20} - 406x^{19} + 29x^{18} - 1 = 0$. Проверка корней.
29	Исследовать функцию $y = x^{30} - 30x^{29} + 435x^{28} - 3780x^{27} + 20790x^{26} - 43500x^{25} + 43500x^{24} - 20790x^{23} + 3780x^{22} - 435x^{21} + 30x^{20} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 30x^{29} - 870x^{28} + 9000x^{27} - 56700x^{26} + 150330x^{25} - 214200x^{24} + 70026x^{23} - 56700x^{22} + 435x^{21} - 435x^{20} + 30x^{19} - 1 = 0$. Проверка корней.
30	Исследовать функцию $y = x^{31} - 31x^{30} + 465x^{29} - 4038x^{28} + 22380x^{27} - 46500x^{26} + 46500x^{25} - 22380x^{24} + 4038x^{23} - 465x^{22} + 31x^{21} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 31x^{30} - 930x^{29} + 9610x^{28} - 61380x^{27} + 160035x^{26} - 228120x^{25} + 70026x^{24} - 61380x^{23} + 465x^{22} - 465x^{21} + 31x^{20} - 1 = 0$. Проверка корней.
31	Исследовать функцию $y = x^{32} - 32x^{31} + 496x^{30} - 4352x^{29} + 24480x^{28} - 49600x^{27} + 49600x^{26} - 24480x^{25} + 4352x^{24} - 496x^{23} + 32x^{22} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 32x^{31} - 992x^{30} + 10240x^{29} - 67200x^{28} + 175140x^{27} - 248040x^{26} + 70026x^{25} - 67200x^{24} + 496x^{23} - 496x^{22} + 32x^{21} - 1 = 0$. Проверка корней.
32	Исследовать функцию $y = x^{33} - 33x^{32} + 528x^{31} - 4662x^{30} + 26400x^{29} - 52800x^{28} + 52800x^{27} - 26400x^{26} + 4662x^{25} - 528x^{24} + 33x^{23} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 33x^{32} - 1056x^{31} + 10920x^{30} - 71832x^{29} + 190035x^{28} - 264000x^{27} + 70026x^{26} - 71832x^{25} + 528x^{24} - 528x^{23} + 33x^{22} - 1 = 0$. Проверка корней.
33	Исследовать функцию $y = x^{34} - 34x^{33} + 561x^{32} - 4914x^{31} + 28008x^{30} - 56100x^{29} + 56100x^{28} - 28008x^{27} + 4914x^{26} - 561x^{25} + 34x^{24} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 34x^{33} - 1122x^{32} + 11580x^{31} - 75960x^{30} + 200035x^{29} - 277200x^{28} + 70026x^{27} - 75960x^{26} + 561x^{25} - 561x^{24} + 34x^{23} - 1 = 0$. Проверка корней.
34	Исследовать функцию $y = x^{35} - 35x^{34} + 595x^{33} - 5238x^{32} + 29820x^{31} - 59500x^{30} + 59500x^{29} - 29820x^{28} + 5238x^{27} - 595x^{26} + 35x^{25} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 35x^{34} - 1190x^{33} + 12350x^{32} - 81540x^{31} + 214035x^{30} - 294000x^{29} + 70026x^{28} - 81540x^{27} + 595x^{26} - 595x^{25} + 35x^{24} - 1 = 0$. Проверка корней.
35	Исследовать функцию $y = x^{36} - 36x^{35} + 630x^{34} - 5544x^{33} + 31680x^{32} - 63000x^{31} + 63000x^{30} - 31680x^{29} + 5544x^{28} - 630x^{27} + 36x^{26} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 36x^{35} - 1260x^{34} + 13020x^{33} - 86400x^{32} + 226035x^{31} - 308040x^{30} + 70026x^{29} - 86400x^{28} + 630x^{27} - 630x^{26} + 36x^{25} - 1 = 0$. Проверка корней.
36	Исследовать функцию $y = x^{37} - 37x^{36} + 666x^{35} - 5844x^{34} + 33264x^{33} - 66600x^{32} + 66600x^{31} - 33264x^{30} + 5844x^{29} - 666x^{28} + 37x^{27} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 37x^{36} - 1332x^{35} + 13740x^{34} - 90720x^{33} + 238035x^{32} - 320040x^{31} + 70026x^{30} - 90720x^{29} + 666x^{28} - 666x^{27} + 37x^{26} - 1 = 0$. Проверка корней.
37	Исследовать функцию $y = x^{38} - 38x^{37} + 702x^{36} - 6198x^{35} + 35640x^{34} - 70200x^{33} + 70200x^{32} - 35640x^{31} + 6198x^{30} - 702x^{29} + 38x^{28} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 38x^{37} - 1404x^{36} + 14460x^{35} - 95040x^{34} + 248035x^{33} - 332040x^{32} + 70026x^{31} - 95040x^{30} + 702x^{29} - 702x^{28} + 38x^{27} - 1 = 0$. Проверка корней.
38	Исследовать функцию $y = x^{39} - 39x^{38} + 738x^{37} - 6534x^{36} + 37632x^{35} - 73800x^{34} + 73800x^{33} - 37632x^{32} + 6534x^{31} - 738x^{30} + 39x^{29} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 39x^{38} - 1476x^{37} + 15180x^{36} - 99720x^{35} + 258035x^{34} - 344040x^{33} + 70026x^{32} - 99720x^{31} + 738x^{30} - 738x^{29} + 39x^{28} - 1 = 0$. Проверка корней.
39	Исследовать функцию $y = x^{40} - 40x^{39} + 770x^{38} - 6840x^{37} + 39960x^{36} - 77000x^{35} + 77000x^{34} - 39960x^{33} + 6840x^{32} - 770x^{31} + 40x^{30} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 40x^{39} - 1560x^{38} + 16080x^{37} - 103680x^{36} + 270035x^{35} - 358040x^{34} + 70026x^{33} - 103680x^{32} + 770x^{31} - 770x^{30} + 40x^{29} - 1 = 0$. Проверка корней.
40	Исследовать функцию $y = x^{41} - 41x^{40} + 806x^{39} - 7164x^{38} + 41592x^{37} - 80600x^{36} + 80600x^{35} - 41592x^{34} + 7164x^{33} - 806x^{32} + 41x^{31} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 41x^{40} - 1640x^{39} + 16900x^{38} - 109440x^{37} + 284035x^{36} - 376040x^{35} + 70026x^{34} - 109440x^{33} + 806x^{32} - 806x^{31} + 41x^{30} - 1 = 0$. Проверка корней.
41	Исследовать функцию $y = x^{42} - 42x^{41} + 840x^{40} - 7476x^{39} + 43824x^{38} - 84000x^{37} + 84000x^{36} - 43824x^{35} + 7476x^{34} - 840x^{33} + 42x^{32} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 42x^{41} - 1722x^{40} + 17700x^{39} - 113760x^{38} + 298035x^{37} - 398040x^{36} + 70026x^{35} - 113760x^{34} + 840x^{33} - 840x^{32} + 42x^{31} - 1 = 0$. Проверка корней.
42	Исследовать функцию $y = x^{43} - 43x^{42} + 873x^{41} - 7770x^{40} + 45816x^{39} - 87300x^{38} + 87300x^{37} - 45816x^{36} + 7770x^{35} - 873x^{34} + 43x^{33} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 43x^{42} - 1806x^{41} + 18540x^{40} - 120960x^{39} + 308035x^{38} - 408040x^{37} + 70026x^{36} - 120960x^{35} + 873x^{34} - 873x^{33} + 43x^{32} - 1 = 0$. Проверка корней.
43	Исследовать функцию $y = x^{44} - 44x^{43} + 908x^{42} - 8136x^{41} + 48144x^{40} - 90800x^{39} + 90800x^{38} - 48144x^{37} + 8136x^{36} - 908x^{35} + 44x^{34} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 44x^{43} - 1892x^{42} + 19400x^{41} - 127680x^{40} + 318035x^{39} - 418040x^{38} + 70026x^{37} - 127680x^{36} + 908x^{35} - 908x^{34} + 44x^{33} - 1 = 0$. Проверка корней.
44	Исследовать функцию $y = x^{45} - 45x^{44} + 945x^{43} - 8460x^{42} + 50400x^{41} - 94500x^{40} + 94500x^{39} - 50400x^{38} + 8460x^{37} - 945x^{36} + 45x^{35} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 45x^{44} - 1980x^{43} + 20280x^{42} - 134400x^{41} + 328035x^{40} - 428040x^{39} + 70026x^{38} - 134400x^{37} + 945x^{36} - 945x^{35} + 45x^{34} - 1 = 0$. Проверка корней.
45	Исследовать функцию $y = x^{46} - 46x^{45} + 982x^{44} - 8820x^{43} + 52704x^{42} - 98200x^{41} + 98200x^{40} - 52704x^{39} + 8820x^{38} - 982x^{37} + 46x^{36} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 46x^{45} - 2070x^{44} + 21660x^{43} - 141120x^{42} + 338035x^{41} - 438040x^{40} + 70026x^{39} - 141120x^{38} + 982x^{37} - 982x^{36} + 46x^{35} - 1 = 0$. Проверка корней.
46	Исследовать функцию $y = x^{47} - 47x^{46} + 1020x^{45} - 9240x^{44} + 55680x^{43} - 102000x^{42} + 102000x^{41} - 55680x^{40} + 9240x^{39} - 1020x^{38} + 47x^{37} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 47x^{46} - 2160x^{45} + 22560x^{44} - 147840x^{43} + 348035x^{42} - 448040x^{41} + 70026x^{40} - 147840x^{39} + 1020x^{38} - 1020x^{37} + 47x^{36} - 1 = 0$. Проверка корней.
47	Исследовать функцию $y = x^{48} - 48x^{47} + 1058x^{46} - 9660x^{45} + 58080x^{44} - 105800x^{43} + 105800x^{42} - 58080x^{41} + 9660x^{40} - 1058x^{39} + 48x^{38} - x$ на экстремум.	Решение: $y' = 48x^{47} - 2250x^{46} + 23460x^{45} - 153600x^{44} + 358035x^{43} - 458040x^{42} + 70026x^{41} - 153600x^{40} + 1058x^{39} - 1058x^{38} + 48x^{37} - 1 = 0$. Проверка корней.
48	Исследовать функцию $y = x^{49} - 49x^{48} + 1097x^{47} - 10044x^{46} + 60432x^{45} - 109700x^{$	